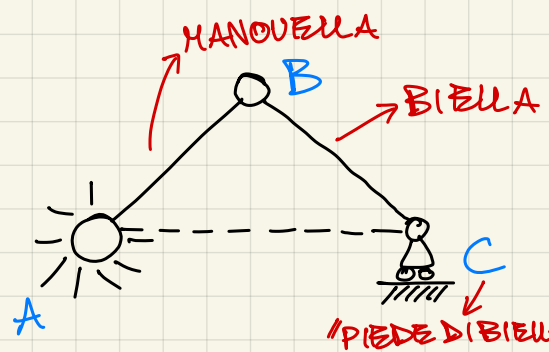


MANOVELLISMO ORDINARIO CENTRATO

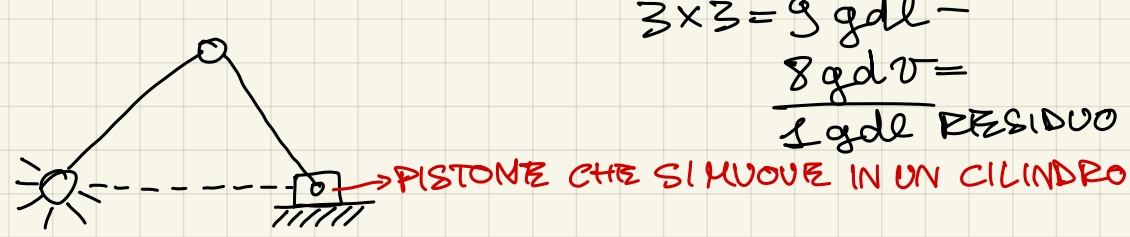
15/03/2022



MECCANISMO DETTO ANCHE "BIELLA-MANOVELLA"

QUI:
 $6 \text{ gdl} -$
 $5 \text{ gdl} =$
 1 gdl RESIDUO

RAPPRESENTAZIONE ALTERNATIVA:

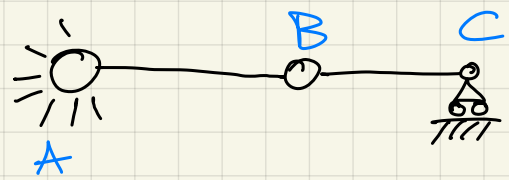


$3 \times 3 = 9 \text{ gdl} -$
 $8 \text{ gdl} =$
 1 gdl RESIDUO

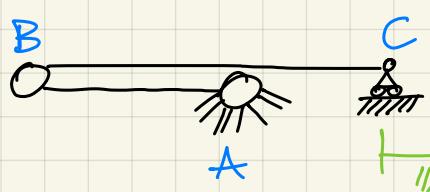
CAMBIA DAL PUNTO DI VISTA SOLO DELLE FORZE

SCOPO: TRASFORMARE IL MOTO CIRCOLARE CONTINUO/ COMPLETO DELLA MANOVELLA ATTORNO AD A IN UN MOTO TRASLATORIO ALTERNATO DEL PUNTO C

"STATI NOTEVOLI"



"PUNTO MORTO SUPERIORE"



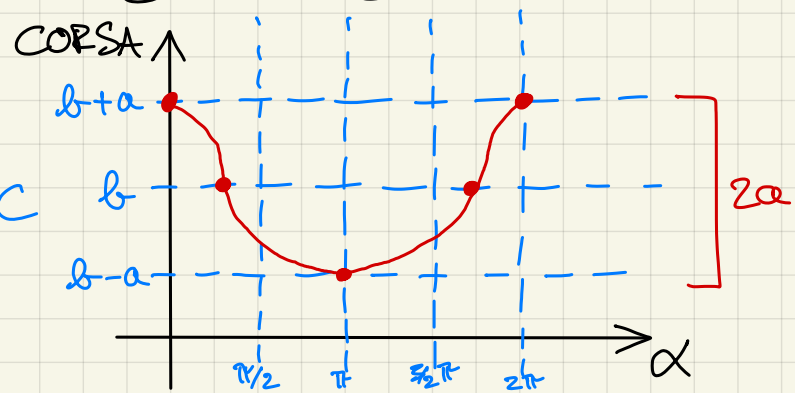
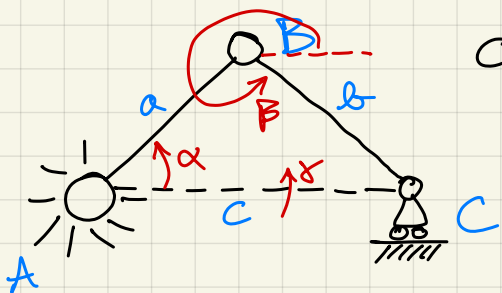
"PUNTO MORTO INFERIORE"

"CORSA" → STRADA PERCORRIBILE

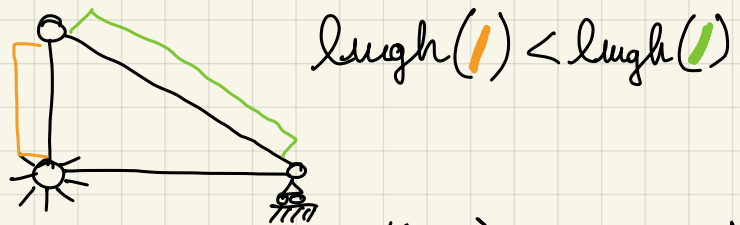
MI ASPETTO $v_c = 0$ E $\alpha \rightarrow \text{MAX}(\alpha)$

LA CORSA DIPENDE ESCLUSIVAMENTE DALLA LUNGHEZZA DELLA MANOVELLA:

$CORSA = 2a$



NON È UNA ESATTA SINUSOIDE,
PERCHÉ AD $\alpha = 90^\circ$

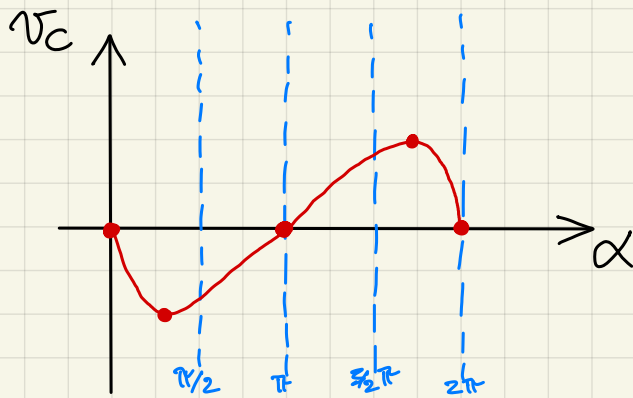


TRA b E $b+a$ QUINDI IL MOTO È "PIÙ VELOCE",
IN FUNZIONE DI UNA GRANDEZZA

$T = \frac{a}{b}$ PIÙ a TENDERE A 0, PIÙ IL MOTO TENDERE
A DIVENTARE UNA SINUSOIDE

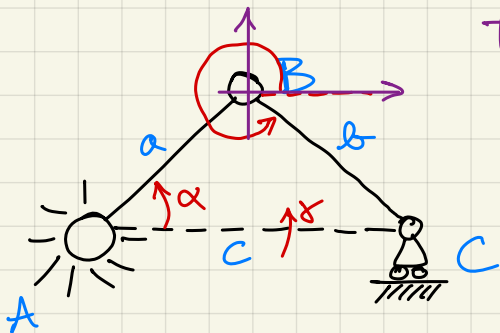
PIÙ "SI AVVICINANO", PIÙ CI SARÀ SBILANCIAMENTO
TRA LE DUE PARTI DEL MOTO

PER LA VELOCITÀ:



VEDIAMOLO IN MODO PIÙ QUANTITATIVO:

FORTE COINCIDENZA TRA EQ. DI CHIUSURA E MOTI RELATIVI:



TERNA MOBILE

$$(C-A) = (B-A) + (C-B)$$

$$C = a e^{i\alpha} + b e^{i\beta}$$

NOTO $\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha}$:

$$\begin{cases} C = a \cos \alpha + b \cos \beta \\ 0 = a \sin \alpha + b \sin \beta \end{cases}$$

RICAVO:

$$\sin \beta = -\frac{a}{b} \sin \alpha$$

$$c = a \cos \alpha + b \sqrt{1 - T^2} \sin \alpha \quad (\text{SIAMO PARTITI DA } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1)$$

SI PUÒ, A PARTIRE DA QUESTE DUE, DERIVARE E TROVARE VELOCITÀ E ACCELERAZIONE NELLA NOSTRA ESPRESSIONE:

$$\left. \begin{array}{l} B = B(\alpha) \\ c = c(\alpha) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{MI SERVE PER} \\ \text{DERIVARE (FUNZ. DI FUNZ.)} \end{array}$$

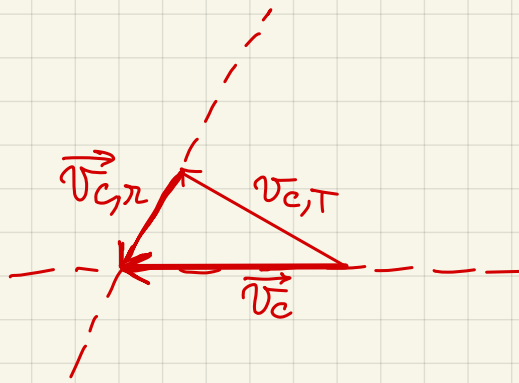
DERIVIAMO:

$$\dot{c} = -a \dot{\alpha} \sin \alpha - b \dot{B} \sin B$$

$$\dot{c} = a \dot{\alpha} \cos \alpha + b \dot{B} \cos B$$

$$\dot{c} = \underbrace{a \dot{\alpha} e^{i(\alpha + \frac{\pi}{2})}}_{\vec{v}_{c, \text{TRASC}}} + \underbrace{b \dot{B} e^{i(B + \frac{\pi}{2})}}_{\vec{v}_{c, \text{REL}}}$$

CON I MOTI RELATIVI, DIREI CHE IL MOTO DI C È LA SOMMA DI DUE MOTI CIRCOLARI (B INTORNO A A, C INTORNO A B)



JACOBIANO DEL MOTO

VOGLIO ORA RISCRIVERE IN FORMA MATRICIALE EVIDENZIANDO TERMINI NOTI E INCOGNITE

$$\begin{bmatrix} b \sin B & 1 \\ -b \cos B & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a \sin \alpha \\ a \cos \alpha \end{bmatrix} \dot{\alpha}$$

POSSO DUNQUE SCRIVERE:

$$\dot{B} = \Delta_B(\alpha) \cdot \dot{\alpha}$$

$$\dot{C} = \Delta_C(\alpha) \cdot \dot{\alpha}$$

FUNZ. DELLA
COORD. LIBERA

COORD.
LIBERA

MA ANCHE

$$\dot{B} = \frac{d\beta(\alpha)}{d\alpha} \dot{\alpha}$$

$$\dot{C} = \frac{d\gamma(\alpha)}{d\alpha} \dot{\alpha}$$

QUI LEGA PER B O C

QUINDI, LO JACOBIANO DEL MOTO RAPPRESENTA IL
LEGAME TRA LA VELOCITÀ E LA COORDINATA LIBERA
QUINDI, IL GRAFICO DI PRIMA RAPPRESENTA ANCHE
IL GRAFICO DELLO JACOBIANO DEL MOTO
CIÒ È FORMALIZZABILE ANCHE CON $n > 1$ gdl
PROCEDIAMO CON L'ACCELERAZIONE:

POSSO:

- DERIVARE (EQ. IN x, y)

- TEOREMA DEI MOTI RELATIVI

- DALLO JACOBIANO DEL MOTO, DERIVARE LA LEGGE

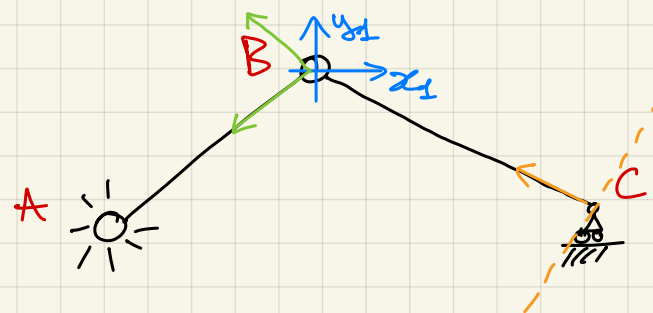
$$\ddot{C} = -a \ddot{\alpha} \sin \alpha - a \dot{\alpha}^2 \cos \alpha - b \ddot{\beta} \sin \beta - b \dot{\beta}^2 \cos \beta$$

$$0 = a \ddot{\alpha} \cos \alpha - a \dot{\alpha}^2 \sin \alpha + b \ddot{\beta} \cos \beta - b \dot{\beta}^2 \sin \beta$$

ANCHE QUI, POTREI:

$$\begin{bmatrix} \ddot{B} \\ \ddot{C} \end{bmatrix} = \dots \dots \dots \text{(METODO PIÙ "MECCANIZZABILE")}$$

CON I MOTI RELATIVI:



MOTO ORIZZONTALE DEL PUNTO C
È SOMMA DI DUE MOTI CIRCOLARI:

- B INTORNO A A
(DIREZIONE T, DIREZIONE N)

- C INTORNO A B

OPERATIVAMENTE, SAPENDO CHE LA SOMMA DEI 3
VETTORI DEVE DARE 0, L'INCOGNITA È QUELLA CHE
CHIUDE IL POLIGONO

CON LO JACOBIANO DEL MOTO:

$$B = B(\alpha) \Rightarrow \dot{B} = \Delta_B(\alpha) \cdot \dot{\alpha}$$

$$C = C(\alpha) \Rightarrow \dot{C} = \Delta_C(\alpha) \cdot \dot{\alpha}$$

$$\ddot{B} = \frac{d[\Delta_B(\alpha)\dot{\alpha}]}{dt} = \Delta_B(\alpha)\ddot{\alpha} + \frac{d\Delta_B(\alpha)}{d\alpha}\dot{\alpha}^2$$

$$\ddot{C} = \Delta_C(\alpha)\ddot{\alpha} + \frac{d\Delta_C(\alpha)}{d\alpha}\dot{\alpha}^2$$

QUANDO ABBIAMO PARLATO DEL ROTO LAMENTO PURO,
L'ABBIAMO UTILIZZATO SENZA ACCORGERCIENE

APPROSSIMAZIONE DEL PRIMO ORDINE

LEGHIAMO C (PIEDE DI BIELLA) AD α :

$$C(\alpha) = a \cos \alpha + b \sqrt{1 - T^2 \sin^2 \alpha} \quad \text{CON } T = \frac{a}{b} < 1$$

DERIVARLA È DIFFICILE, QUINDI DOBBIAMO FARE ALCUNE
IPOTESI SEMPLIFICATIVE PER APPROSSIMARE UN MOTO
ABBASTANZA ACCURATO:

IN PARTICOLARE, IPOTIZZIAMO

$$T = \frac{a}{b} \ll 1$$

$$C(\alpha) = a \cos \alpha + b \sqrt{1 - T^2 \sin^2 \alpha}$$

$T^2 \sin^2 \alpha$
TRA 0 E 1
COMPLESSIVAMENTE
UN NUMERO PICCOLO

$$x = -T^2 \sin^2 \alpha \ll 1 \quad (\text{INTORNO DI 0})$$

PUÒ ESSERE APPROSSIMATA CON LA SUA SERIE DI
TAYLOR: VOGLIO APPROSSIMARE LA RADICE CON
UN POLINOMIO

FINO A CHE ORDINE? DIPENDE DALLA PRECISIONE

VEDIAMOLO FINO AL 1° ORDINE:

$$f(x) \cong f(x_0) + \left. \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right|_{x_0} (x-x_0) + \left. \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} \right|_{x_0} \frac{(x-x_0)^2}{2} + \dots$$

$$\Rightarrow \sqrt{1+x} = 1 + \frac{x}{2} \quad \text{CON } x \rightarrow 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{1-T^2 \sin^2 \alpha} = 1 - \frac{T^2 \sin^2 \alpha}{2}$$

$$\Rightarrow C(\alpha) = a \cos \alpha + b - \frac{bT^2}{2} \sin^2 \alpha \quad (\text{HO "LINEARIZZATO" LA RADICE})$$

POSSO APPROSSIMARE ANCORA COMPLETANDO L'ESPANSIONE
POSSO DERIVARE:

$$\dot{C}(\alpha) = -a \dot{\alpha} \sin \alpha - b T^2 \underbrace{\sin \alpha \cos \alpha}_{2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin(2\alpha)} - \dot{\alpha}$$

$$\dot{C}(\alpha) = -a \dot{\alpha} \sin \alpha - \frac{bT^2}{2} \sin(2\alpha) \dot{\alpha}$$

RACCOLGENDO, POSSIAMO VEDERLA COME UNA COSTANTE
CHE MOLTIPLICA $\dot{\alpha}$ (COME PRIMA, PER LO JACOBIANO)

$$\Rightarrow \dot{C}(\alpha) = \dot{\alpha} \left(\underbrace{a \sin \alpha}_{\text{LEGATO AL MOTO DELLA MANOVELLA (SINUS. FURA)}} + \underbrace{\frac{bT^2}{2} \sin(2\alpha)}_{\text{LEGATO AL MOTO DELLA BIELLA}} \right)$$

$$\Rightarrow \ddot{C}(\alpha) = -\ddot{\alpha} \left(\underbrace{a \sin \alpha}_{\text{MANOVELLA}} + \underbrace{\frac{bT^2}{2} \sin(2\alpha)}_{\text{BIELLA}} \right) - \dot{\alpha}^2 \left(\underbrace{a \cos \alpha}_{\text{MANOVELLA}} + \underbrace{bT^2 \cos(2\alpha)}_{\text{BIELLA}} \right)$$

DOUREI PERÒ COMPLETARE L'ESPANSIONE PER TUTTE
LE FUNZIONI DI α (ES: $\sin \alpha, \cos \alpha$):

$T \rightarrow 0 \Rightarrow$ L'ESPANSIONE POSSO FARLA SOLO AL PRIMO
ORDINE

$$C(\alpha) \cong a \cos \alpha + b \quad (\text{L'INFINITESIMO, DEL SECONDO ORDINE SPARISCE})$$

$$\dot{C}(\alpha) \cong -a \dot{\alpha} \sin \alpha$$

$$\ddot{C}(\alpha) \cong -a\ddot{\alpha} \sin \alpha - a\dot{\alpha}^2 \cos \alpha$$

DUNQUE, PER $T \rightarrow 0$ IL MOTO TENDIE AD ESSERE PURAMENTE SINUSOIDALE

È COME SE LA BIELLA FOSSE SEMPRE ORIZZONTALE (BLOCCO LA ROTAZIONE β DELLA BIELLA)

$$\underbrace{b \cos \beta}_{\rightarrow 1} \rightarrow b$$

IL TERMINE A FREQUENZA DOPPIA QUINDI ALTERA IL MOTO REGOLARE